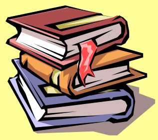
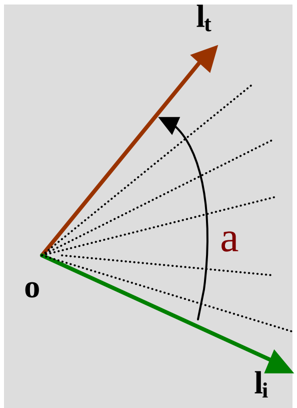
ÁNGULOS

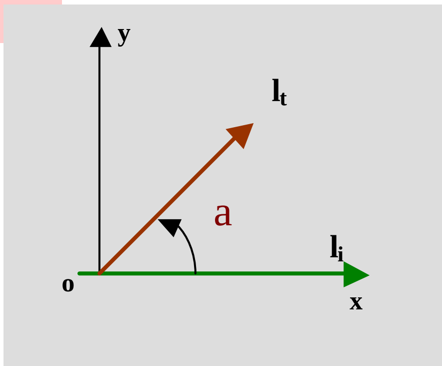
DEFINICIÓN:
Dadas las semirrectas l_i y l_t con origen común O, llamaremos ángulo a la porción de plano generada por el barrido de la semirrecta l_i hasta coincidir con l_t.
Se designa: **l_i: lado inicial de** a
l_t: lado terminal de a
O: vértice del ángulo





Como el ángulo es invariante respecto de su posición en el plano y con el único motivo de facilitar definiciones, propiedades y cálculos, es conveniente referirlo a un sistema de coordenadas cartesianas ortogonales.

Diremos que un ángulo se encuentra en posición normal si su vértice se ubica en el origen de coordenadas y su lado inicial coincide con el semieje positivo de las abscisas.

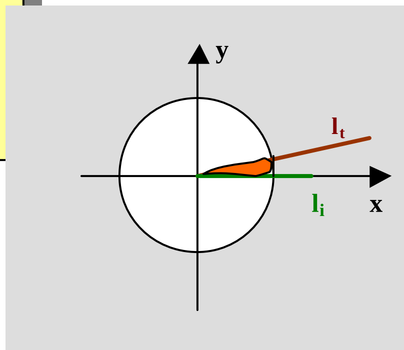


Sistemas de medición de ángulos

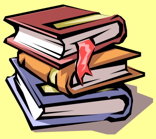
Si la rotación del lado terminal es en **sentido contrario al de las agujas del reloj,** la medida del ángulo será **positiva**, en caso contrario la medida será **negativa**.
Generalmente se usan dos sistemas **de medición**:
El **sistema sexagesimal**, cuya unidad es el grado: **º**
Y el **sistema radial** cuya unidad es el radián: **rad**

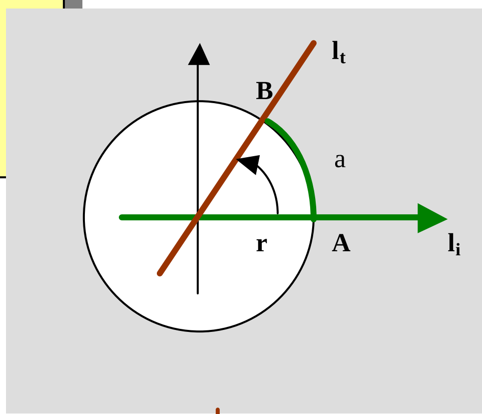
DEFINICIÓN:
Un grado sexagesimal es la medida del ángulo, con vértice en el centro de un círculo, de amplitud igual a la 360 ava parte del mismo.

Si el lado terminal realiza una rotación completa, en el sentido contrario de las agujas del reloj, el ángulo generado mide 360º.



DEFINICIÓN:
Un radián es la medida del ángulo con vértice en el centro de un círculo de radio r, cuyos lados determinan sobre la circunferencia un arco AB de longitud igual al radio





Si el lado l_t realiza una rotación completa en sentido positivo, el ángulo generado mide 2π radianes.

Recuerda que, el cociente entre la longitud de una circunferencia y la medida de su diámetro no depende de la circunferencia con la que se trabaje. El cociente es constante.
Ese número es el número π !!

Por lo tanto: $\dfrac{\text{longitud circunferencia}}{2\,\text{longitud radio}} = \pi$

Ángulo	Medida en el sistema sexagesimal	Medida en el sistema radial
Nulo	0 grado	0 radianes
Recto	90 grados	π / 2 radianes
Llano	180 grados	π radianes
Un giro completo	360 grados	2 π radianes
α	$\alpha^o = \frac{360}{2\,p}\ \alpha_r$	$\alpha_r = \frac{2\,p}{360}\ \alpha^o$

EJERCICIO
Dibuja en un mismo sistema de ejes en forma exacta un ángulo de 45º y uno de 405º¿qué observación puedes hacer?

Llamaremos ángulos coterminales a aquellos que, en posición normal, tienen lados terminales coincidentes.

EJERCICIO

1- ¿Cuántos grados mide, aproximadamente, un ángulo de 1 radián?

2- Convierte a grados la medida del ángulo que en el sistema radial mide $\frac{7}{6}p$.

3- Convierte a radianes el ángulo que en el sistema sexagesimal mide 20º.

Rtas: 1- 57º

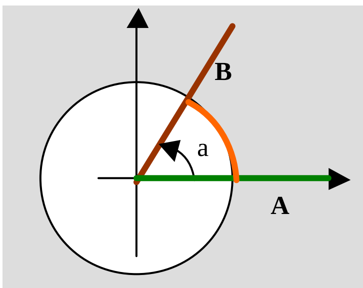
2- 210º

3- $\frac{p}{9}$ radianes

Longitud de un arco de circunferencia

A partir de la definición de la medida de un ángulo en radianes, vimos que $\alpha_r = \frac{\text{long } \overset{\frown}{AB}}{r}$,

por lo tanto long $\overset{\frown}{AB}$ = r α_r.



OBSERVACIÓN
Esta fórmula es válida sólo si α está medido en radianes!

EJERCICIOS

1- **Determina la longitud del arco generado por un ángulo de 2 radianes en una circunferencia de radio r = 4cm.**
2- **Idem si el ángulo mide 45º y la circunferencia es de radio r = 2cm.**
3- **Determina la medida del ángulo correspondiente a un arco de 6,9 cm de longitud subtendido en una circunferencia de radio r = 3 cm.**
4- **Una milla marítima se define como la longitud del arco subtendido en la superficie de la Tierra por un ángulo que mide 1 minuto. El diámetro de la Tierra es aproximadamente 7.927 millas (terrestres). Determina la cantidad de millas (terrestres) que hay en una milla marítima.**

Respuestas

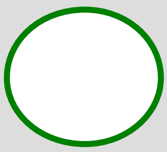
1- **long AB =** r **.** α_r. = 4 (2) = 8cm

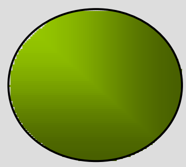
2- **long AB =** $2 \cdot \frac{p}{4} = \frac{p}{2}$ cm.

3- $\alpha_r. = \frac{6,9}{3} = 2,3$ rad

4- $1m_n = 1,15\ m_t$

Recuerda





Longitud de la circunferencia = p . diámetro

Superficie lateral de la esfera =
= p .(diámetro)^2

Área del círculo = p . (radio)^2

Volumen de la esfera =
= 4 / 3 . p .(radio)^3

p = 3.141 592 653 5...