



DOCENTE: LEONARDO BUITRAGO CORTES

TEMA: INTERVALOS NUMÉRICOS

FECHA DE ENTREGA: máximo el 28 de abril 2020

Realizar la lectura del tema e ir tomando apuntes en el cuaderno de los aspectos más importantes. Si desea, de manera opcional, puede observar también los siguientes videos de YouTube que le ayudarán a entender mejor el tema:

a) **Intervalos introducción | tipos de intervalos**

https://www.youtube.com/watch?v=yhdmoH_lyeU

b) **Representación gráfica de intervalos | Ejemplo 1**

<https://www.youtube.com/watch?v=tyt6T1Ukq3w>

c) **Representación gráfica de intervalos | Ejemplo 2**

<https://www.youtube.com/watch?v=46WvE9S9y04>

1) EXPLICACIÓN DEL TEMA DE INTERVALOS

Un subconjunto de números Reales (R) ubicados en la recta numérica se llama intervalo y contiene a todos los números reales que están comprendidos entre dos números cualquiera que ellos sean.

Geoméricamente los intervalos se dibujan o se ubican en segmentos de una recta, semirrecta o la misma recta numérica de los reales.

Existen intervalos finitos que pueden ser cerrados, abiertos, semicerrados o semiabiertos.

Existen intervalos infinitos que pueden ser abiertos, semiabiertos o semicerrados.

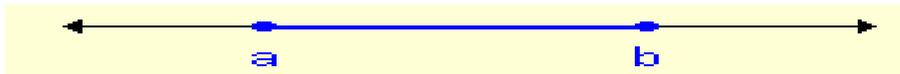
Vamos a explicar cómo se representan.

Suponemos que a y b son dos números reales y a es menor que b ($a < b$), entonces:



Para un Intervalo cerrado

Se toman desde el número **a** hasta el número **b**, todo el conjunto de números reales que se encuentran entre ellos, incluyendo a **a** y a **b**. Es importante tener en cuenta que entre a y b el conjunto de números que hay es infinito, porque no solo se toman los enteros, sino todos los decimales que hay entre ellos y estos son infinitos, sin embargo el intervalo es FINITO, porque empieza en a y termina en b. Además, se llama CERRADO, porque incluye a **a** y a **b** y por eso se hace un punto oscuro sobre a y sobre b



La forma de representarlo es así: $[a, b]$ Los corchetes $[]$ representan que se toman a y b

La forma de escribirlo con símbolos matemáticos es: $a \leq x \leq b$ lo que significa que X es cualquier número real que va desde a hasta b y que incluso puede ser a o b.

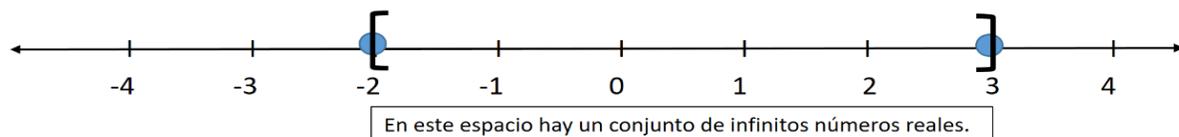
Lo anterior se lee así: *X es mayor o igual que a y menor o igual que b*

EJEMPLO

Graficar el intervalo $[-2, 3]$ y decir de qué tipo es:

Solución:

Este intervalo es CERRADO por la forma de los paréntesis que son corchetes y va desde -2 hasta 3, es decir que es el conjunto de TODOS los números REALES que están contenidos entre -2 y 3 incluyendo a -2 y a 3.





Y con símbolos es: $-2 \leq x \leq 3$ lo que significa que x es cualquier número real que va desde -2 hasta 3 y que incluso puede ser -2 o 3. Se lee: *x es mayor o igual que -2 y menor o igual que 3.*

Para un Intervalo abierto

Se toman desde el número **a** hasta el número **b**, todo el conjunto de números reales que se encuentran entre ellos, PERO SIN incluir a **a** ni tampoco a **b**. También es importante tener en cuenta que entre a y b el conjunto de números que hay es infinito, porque recuerda que no solo se toman los enteros, sino todos los decimales que hay entre ellos y estos son infinitos. Este intervalo también es FINITO, porque empieza en a (sin tomar el valor de a) y termina en b (sin tomar el valor de b). Además, se llama ABIERTO, porque NO incluye a **a** y TAMPOCO a **b** y por eso se hace un punto ABIERTO sobre a y sobre b.

El conjunto de los números reales comprendidos entre a y b como intervalo abierto se representa así:



La forma de representarlo es así: (a, b) Los paréntesis $()$ representan que NO se toman a ni b

La forma de escribirlo con símbolos matemáticos es: $a < x < b$ lo que significa que x es cualquier número real que va desde a hasta b SIN incluir a **a** ni a **b**. Lo anterior se lee así: *x es mayor que a y menor que b*

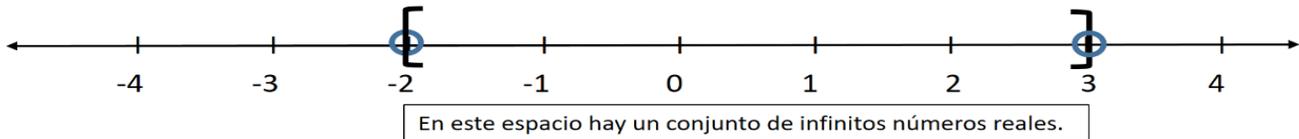
EJEMPLO

Graficar el intervalo $(-2, 3)$ y decir de qué tipo es:

Solución:



Este intervalo es ABIERTO por la forma de los paréntesis y va desde -2 hasta 3, es decir que es el conjunto de TODOS los números REALES que están contenidos entre -2 y 3, sin incluir a -2 ni a 3.



Y con símbolos es: $-2 < x < 3$ lo que significa que x es cualquier número real que va desde -2 hasta 3 sin incluir a -2 ni 3. Se lee: x es mayor que -2 y menor que 3

Para Intervalo semiabierto a izquierda o también llamado semicerrado a derecha

Se combina los que vimos anteriormente. Si lo tomamos desde a hasta b , SIN incluir a a pero SI incluyendo a b tenemos un intervalo también FINITO que empieza en a (sin tomar el valor de a) y termina en b (tomando el valor de b). Se llama SEMIABIERTO A LA IZQUIERDA, porque NO incluye a a , que es donde empieza, pero si incluye a b , que es donde termina. Por eso se hace un punto ABIERTO sobre a y CERRADO en b .

Se representa así:



La forma de representarlo es así: $(a, b]$. Así, $(]$ se representa que NO se toman a y SI se toma b

Con símbolos matemáticos: $a < x \leq b$. x no toma el valor de a pero si puede tomar el valor de b .

Lo anterior se lee así: x es mayor que a y menor o igual que b

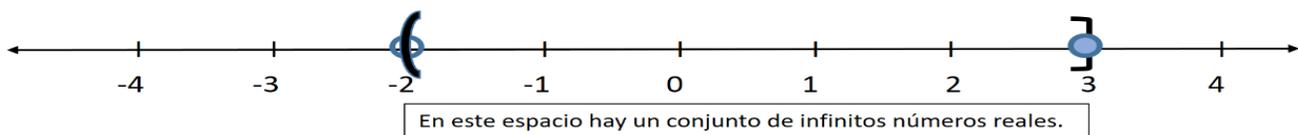
EJEMPLO



Graficar el intervalo $(-2, 3]$ y decir de qué tipo es:

Solución:

Este intervalo es SEMIABIERTO A LA IZQUIERDA O SEMICERRADO A LA DERECHA por la forma de los paréntesis. Va desde -2 hasta 3 y representa el conjunto de TODOS los números REALES que están contenidos entre -2 y 3 sin incluir a -2 pero SI incluyendo a 3.



Y con símbolos es: $-2 < X \leq 3$ lo que significa que X es cualquier número real que va desde -2 hasta 3 si tomar -2 y tomando a 3. Se lee: X es *mayor que -2 y menor o igual que 3*.

Para el Intervalo semiabierto a derecha o también llamado semicerrado a izquierda

Contrario al anterior. Tomamos desde a hasta b , Incluyendo a a pero NO incluyendo a b . También es FINITO. Empieza en a (tomando el valor de a) y termina en b (sin tomar el valor de b). Se llama SEMIABIERTO A LA DERECHA, porque incluye a a , pero NO incluye a b . Por eso se hace un punto CERRADO sobre a y ABIERTO en b .

Se representa así:



La forma de representarlo es así: $[a, b)$. Así, $[)$ representa que SI se toma la a y NO se toma b



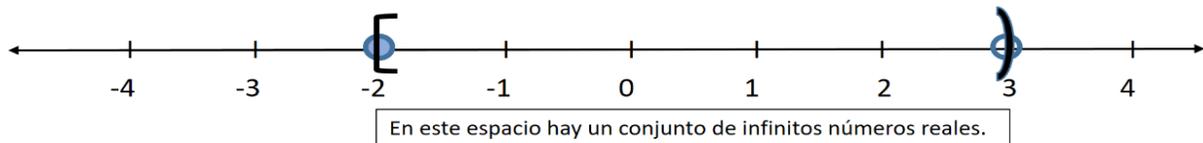
Con símbolos matemáticos: $a \leq x < b$. x puede tomar el valor de a pero no puede tomar el valor de b . Lo anterior se lee así: x es mayor o igual que a y menor que b

EJEMPLO

Graficar el intervalo $[-2, 3)$ y decir de qué tipo es:

Solución:

Este intervalo es SEMIABIERTO A LA DERECHA O SEMICERRADO A LA IZQUIERDA por la forma de los paréntesis. Va desde -2 hasta 3 y representa el conjunto de TODOS los números REALES que están contenidos entre -2 y 3 incluyendo a -2 y sin incluir e a 3.



Y con símbolos es: $-2 \leq x < 3$ lo que significa que x es cualquier número real que va desde -2 hasta 3 tomando a -2 y sin tomar a 3. Se lee: x es mayor o igual que -2 y menor que 3.

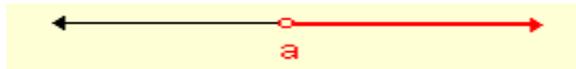
Para Intervalos infinitos

Son aquellos que van desde un valor cerrado o abierto hasta el infinito. Se usa como símbolo para el infinito este: ∞ .

Si va en aumento hacia la derecha, hacia los números positivos, se escribe $+\infty$.



Por ejemplo:



$[a, +\infty)$; $x \geq a$ $(a, +\infty)$; $x > a$

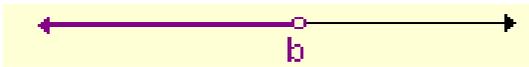
Semiabierto a la derecha o
 Semicerrado a la izquierda e infinito positivo

Abierto e infinito positivo

Si va disminuyendo hacia la izquierda, hacia los números negativos, se escribe

$-\infty$.

Por ejemplo:



$(-\infty, b]$; $x \leq b$ $(-\infty, b)$; $x < a$

Semiabierto a la izquierda o
 Semicerrado a la derecha e infinito negativo

Abierto e infinito negativo

Y por último el intervalo que va desde menos infinito hasta más infinito:



$(-\infty, +\infty)$ Este es solo abierto



A modo de resumen: REALICE ESTA TABLA EN SU CUADERNO

Nombre del intervalo	Notación conjuntista	Notación de intervalos	Representación gráfica
Abierto	$a < x < b$	(a, b)	
Semicerrado a derecha	$a < x \leq b$	$(a, b]$	
Semicerrado a izquierda	$a \leq x < b$	$[a, b)$	
Cerrado	$a \leq x \leq b$	$[a, b]$	
Infinito abierto a izquierda	$x > a$	$(a, +\infty)$	
Infinito cerrado a izquierda	$x \geq a$	$[a, +\infty)$	
Infinito abierto a derecha	$x < b$	$(-\infty, b)$	
Infinito cerrado a derecha	$x \leq b$	$(-\infty, b]$	
Infinito	R: los reales	$(-\infty, +\infty)$	

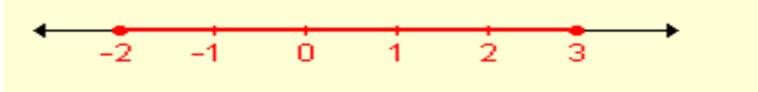
2) ESCRIBA EN EL CUADERNO CADA UNO DE LOS EJEMPLOS DADOS.

Interprete gráficamente los intervalos:

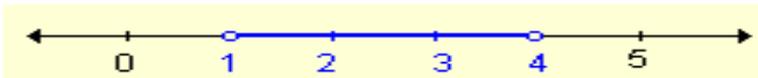
- a) $[-2, 3]$ b) $(1, 4)$ c) $(0, 5]$ d) $[1, +\infty)$ e) $(-\infty, 3)$



a) El intervalo $[-2, 3]$ comprende todos los números reales entre -2 y 3. Como es cerrado incluye los extremos. Su representación gráfica es:



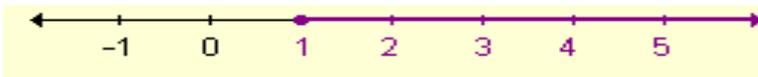
b) El intervalo $(1, 4)$ corresponde a todos los números reales entre 1 y 4. Es abierto pues no incluye a los extremos. Gráficamente:



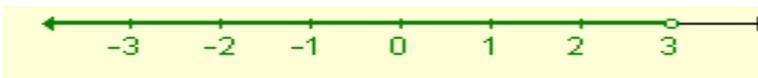
c) El intervalo $(0, 5]$ comprende todos los números reales entre 0 y 5 incluyendo el extremo 5. Se trata de un intervalo semiabierto a izquierda o bien semicerrado a derecha. Su gráfica es:



d) El intervalo $[1, +\infty)$ es infinito y comprende todos los números reales mayores o iguales a 1. Gráficamente:



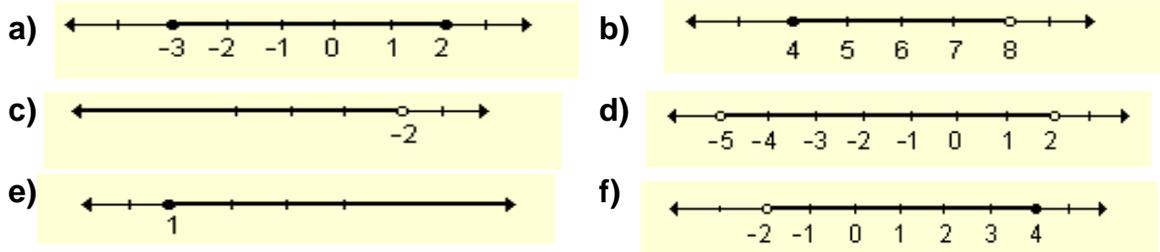
e) El intervalo $(-\infty, 3)$ es infinito y comprende todos los números reales menores que 3. Su gráfica es:





3) COPIE EN SU CUADERNO Y REALICE CADA UNO DE LOS SIGUIENTES EJERCICIOS

1) Escriba como intervalo el conjunto definido sobre la recta real.



2) Escriba como intervalo los siguientes conjuntos de números reales:

- a) $A = \{ x / 5 < x < 9 \}$ b) $B = \{ x / -1 \leq x \leq 3 \}$
 c) $C = \{ x / x < -2 \}$ d) $D = \{ x / -4 \leq x \}$

3) Escriba en notación de conjunto los siguientes intervalos de números reales:

- a) $(\frac{5}{4}, 3)$ b) $(-\infty, -1]$ c) $(-7, -2]$
 d) $(\frac{4}{3}, +\infty)$ e) $[-\frac{5}{2}, \frac{1}{2})$ f) $[4, 9]$

4) Ubicar los intervalos en la recta y escribir de qué tipo son. (Una recta para cada uno)

- a. $(6, 9)$ b. $[-3/5, 9]$ c. $(5/4, 19/4]$ d. $[-3, 3, 7, 9)$
 e. $(-12, -4)$ f. $[-7/2, 3]$ g. $(-11/3, 23/5]$ h. $[-2, 4, 5, 7)$