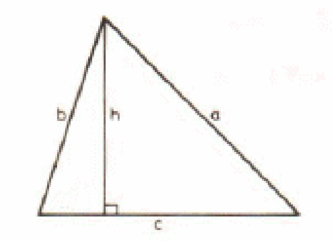
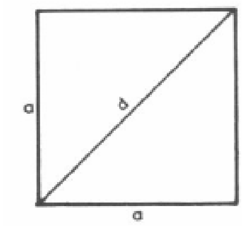
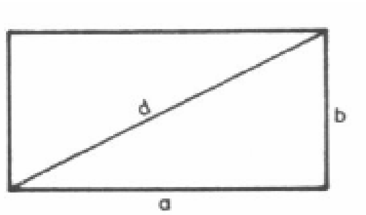
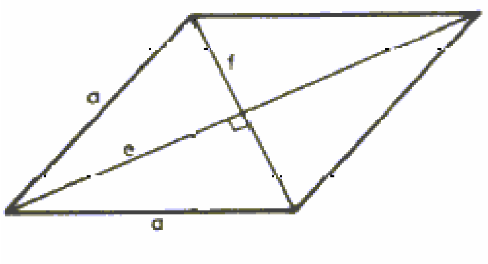
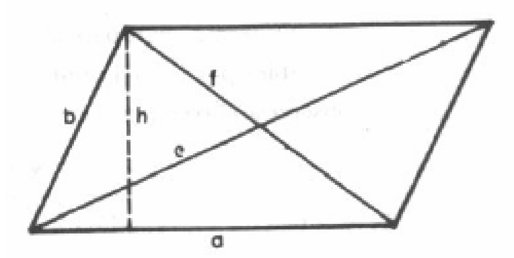
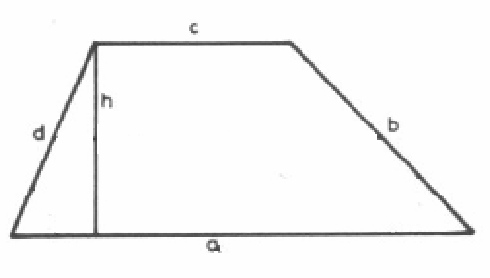
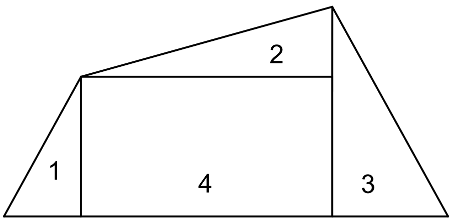
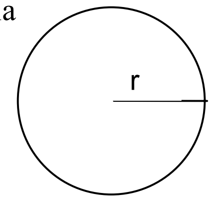
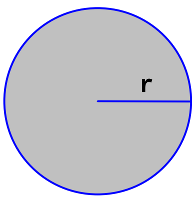
PERÍMETRO Y ÁREA DE FIGURAS GEOMÉTRICAS

Figura Geométrica	Perímetro y Área
Triángulo 	p = a + b + c $A = \frac{base \cdot altura}{2} = \frac{c \cdot h}{2}$
Cuadrado 	$p = 4a$ $A = lado \cdot lado = a^2$ $A = \frac{d^2}{2}$
Rectángulo 	$p = 2a + 2b$ $A = base \cdot altura = a \cdot b$
Rombo 	$p = 4a$ $A = \frac{diagonal\ mayor \cdot diagonal\ menor}{2} = \frac{e \cdot f}{2}$

Paralelogramo  	$p = 2a + 2b$ $A = base \cdot altura = a{\cdot}h$
Trapecio  	$\mathrm{p = a + b + c + d}$ $A = \dfrac{(base1 + base2){\cdot}altura}{2} = \dfrac{(a+c){\cdot}h}{2}$
Trapezoide  	$p = a + b + c + d$ $A = A1 + A\,2 + A3 + A4$
Circunferencia  	$p = 2\pi r$
Círculo  	$A = \pi r^2$

Ejemplo

Si el lado de un cuadrado aumenta al doble. ¿Qué ocurre con el área y su perímetro?

Consideremos un cuadrado de lado a, entonces su perímetro es $4a$ y su área a^2.

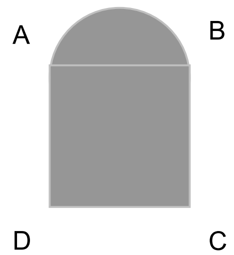
Si su lado aumenta al doble, ahora medirá $2a$.

Aplicando las fórmulas de perímetro y área de este nuevo cuadrado obtenemos que su perímetro es $8a$ y que su área es $4a^2$.

Por lo tanto, al comparar los perímetros, vemos que aumentó el doble (de $4a$ a $8a$) y que el área aumentó 4 veces, o sea se cuadruplicó (de a^2 a $4a^2$)

Suma de áreas

Algunas veces, el área de una figura está formada por la suma de áreas de varias figuras, por lo tanto, hay que descomponerla, luego hacer el cálculo de cada parte, y finalmente, sumarlas para encontrar el área total.
Veamos el siguiente ejemplo: ABCD cuadrado de lado 4 cm.



Esta figura se descompone en medio círculo y un cuadrado. Primero, tendremos que calcular el área del círculo. Como AB = 4 cm, entonces el radio del semicírculo, mide 2 cm. y su área es $\pi r^2 / 2 = \frac{\pi}{2} \cdot 4\,\text{cm}^2 = 2\pi\,\text{cm}^2$. Determinemos ahora el área del cuadrado, $A = a^2 = 4^2 = 16\ \text{cm}^2$. Sumando ambas áreas nos dará el área total sombreada, o sea $2\pi\ \text{cm}^2 + 16\ \text{cm}^2 = 2(\pi + 8)\ \text{cm}^2$

Ejercicio 1
Deduce la fórmula del área del cuadrado en función de su diagonal (Recuerda el Teorema de Pitágoras)

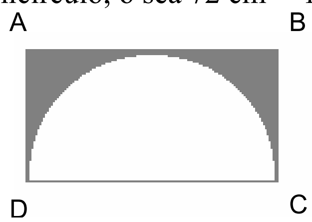
Ejercicio 2
Deduce la fórmula del área del rombo pensando a esta figura como la suma de dos triángulos.

Ejercicio 3
Deduce la fórmula del área del trapecio pensando a esta figura como la suma de otras de área conocida.

Resta de áreas

En algunos casos, la solución se encuentra buscando la diferencia entre las figuras que forman el sector sombreado. Por ejemplo: ABCD rectángulo de lado AB = 12 cm.

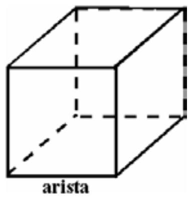
El área del rectángulo es AB · BC, BC mide lo mismo que el radio de la semicircunferencia, por lo tanto el producto debe ser 12 cm · 6 cm = 72 cm^2. Ahora calculemos el área del semicírculo de radio 6, o sea $\pi r^2 / 2$, lo cual resulta 18π cm^2
El área sombreada queda determinada por la resta entre el área mayor, que es la del rectángulo, y el área menor, que es el del semicírculo, o sea 72 cm^2 - $18\pi cm^2$ = $18(4 - \pi)$ cm^2



Área y volumen de cuerpos

Cubo: Tiene 12 aristas iguales y 6 caras iguales y cuadradas, luego, suponiendo que cada arista mide *a*, se tiene

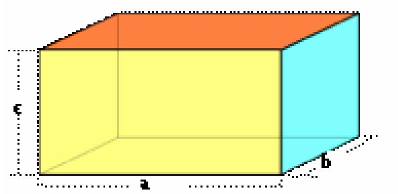
Área = $6a^2$
V = a^3



Paralelepípedo recto:
Si llamamos *a* a la longitud de la base, *b* a la profundidad de la base y *c* a la altura, como las caras opuestas son iguales entre sí, se tiene

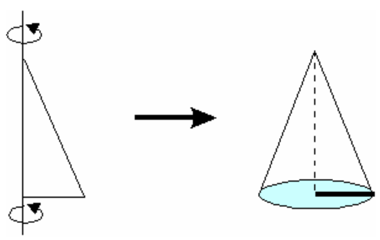
Área: $2(ab + ac + bc)$

Volumen: $a \cdot b \cdot c$



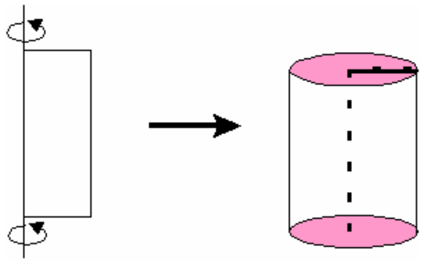
Cono: Se forma por la rotación de un triángulo rectángulo como lo indica la figura

$V = \pi r^2 . h / 3$



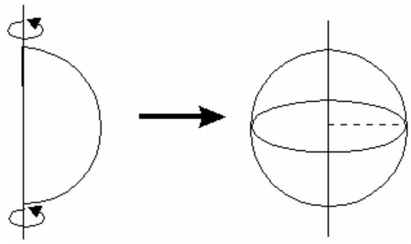
Cilindro Se forma por la rotación de un rectángulo como lo indica la figura

$$V = \pi r^2 \cdot h$$



Esfera Se forma por la rotación de una semicircunferencia como lo indica la figura

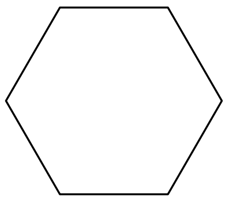
$$V = \frac{4}{3}\pi r^3$$



EJERCITACIÓN

Ejercicio 1: ¿En cuánto aumenta el área de un rectángulo cuyos lados miden 12 m. y 4 m. si se aumentan ambos lados en un 25%?

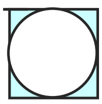
Ejercicio 2: Calcula el área del hexágono regular de la figura sabiendo que está inscripto en una circunferencia de radio 6. (Sugerencia: divide la figura en triángulos)



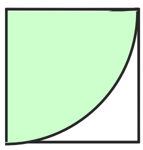
Ejercicio 3: Si la arista de un cubo mide 2 cm. y se aumenta en 1 cm., ¿en cuánto aumenta su área?, y ¿en cuánto aumenta su volumen?

Ejercicio 4:

a) Determina el área de cada una de las partes sombreadas:

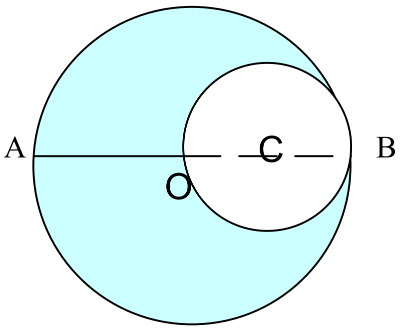


a =10 cm.



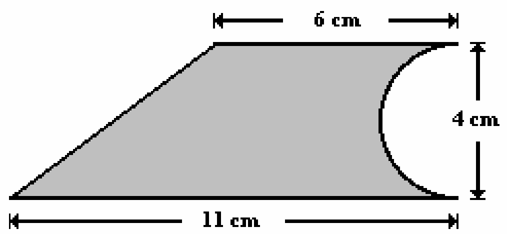
a = 8 cm.

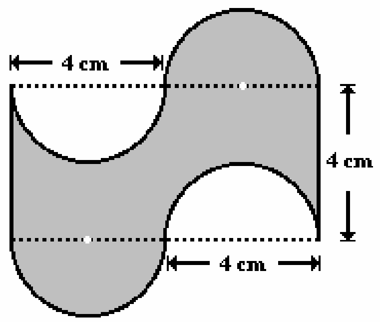
b) Calcula el área de la región sombreada:



AB es el diámetro de la circunferencia de centro O
OB es el diámetro de la circunferencia de centro C
CB = 4 cm.

c) Calcula el área y el perímetro de las siguientes figuras





RESPUESTAS A LOS EJERCICIOS IMPARES

1.- El área aumenta 27 m^2.

3.- El área aumenta 30 cm^2. El volumen aumenta 19 cm^3.